

Programmation fonctionnelle

LISP

D.E ZEGOUR
École Supérieure d'Informatique
ESI

Programmation fonctionnelle / LISP (LIST Processor (1960))

Sommaire

A. Le langage LISP

- . Objets
- . Structure d'un programme
- . Généralités
- . Primitives de manipulation des listes
- . Primitives booléennes
- . Définition de nouvelles fonctions
- . Fonctionnelle (Fonction de fonctions)
- . Exemples

B. Interpréteur Lisp

C. Traduction Lisp -> Lambda Calcul

D. Evaluation

Programmation fonctionnelle / LISP

Structure d'un programme

Grammaire

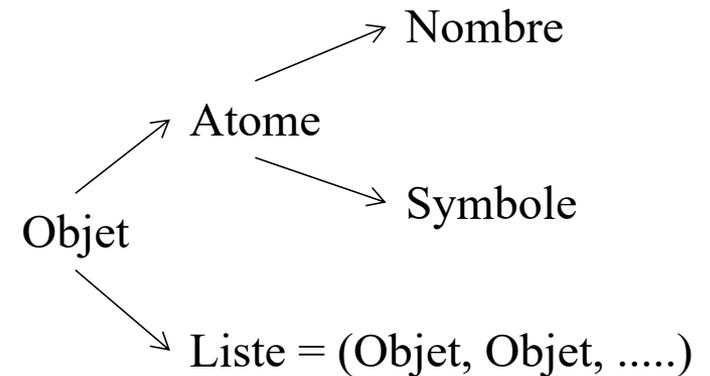
$\langle \text{Liste} \rangle \rightarrow \langle \text{atome} \rangle \mid (\langle \text{Liste} \rangle , \langle \text{Liste} \rangle)$

$\langle \text{atome} \rangle \rightarrow \text{Nombre} \mid \text{Symbole}$

- Programme LISP = Liste (premier terme : fonction, les termes suivants : paramètres d'appel)

Exemple: (ceci est une fonction) ceci : fonction
avec les paramètres est, une et fonction

- Tout est liste.



Programmation fonctionnelle / LISP

Généralités

- Lisp utilise la notation préfixée
(Sin x) c'est $\sin(x)$
(+ 3 2) c'est $3 + 2$.
- Insensible à la casse
- Commentaires commencent par ';'
- Format : libre
- Offre l'affectation et séquentiabilité pour les raisons commerciales (langage fonctionnel non pur)

Programmation fonctionnelle / LISP

Quelques fonctions utiles

Conditionnelle : ***(IF cond liste1 liste2 ..listen)***

Évalue suivant la valeur de Cond soit liste1 soit en "séquentielle" liste2, liste3, ..., listen.

Valeur retournée : dernière forme évaluée.

-->On se limite à l'utilisation de ***(If Cond liste1 liste2)***.

Valeurs de vérité :

T pour vrai

Nil et 0 pour faux

T et Nil sont des atomes spéciaux.

Programmation fonctionnelle / LISP

Une fonction utile

(Quote objet) c'est retourner l'objet sans évaluation

Exemple :

(Quote (+ 1 2)) c'est équivalent à (+ 1 2)

Autre écriture:

(' (+ 1 2))

Programmation fonctionnelle / LISP

Quelques fonctions utiles (Primitives de manipulation des listes)

(Car Listenonvide) : fournit la première composante de la liste.

Exemple :

(Car '(1 2 3)) retourne 1

(Car '((a b) 2 (3 c))) retourne (a b)

(Cdr Listenonvide) : fournit listenonvide privée de son premier élément.

Exemples:

(Cdr '(1 2 3)) retourne (2 3)

(Cdr '((a b) 2 (3 c))) retourne (2 (3 c))

(Cdr '(1)) retourne 0

Programmation fonctionnelle / LISP

Quelques fonctions utiles

(Cons objet1 Liste) : retourne une liste dont le premier terme est son premier argument (objet1) et les termes suivants sont ceux du second argument.

Exemples :

(Cons'1 '(2 3 4)) retourne (1 2 3 4)

(Cons '(1 2) '(3 4 5)) retourne ((1 2) 3 4 5)

Propriétés :

(Car (Cons x y)) = x

(Cdr (Cons x y)) = y

Programmation fonctionnelle / LISP

Primitives booléennes

(Atom objet) : retourne T si objet est un atome, Nil autrement.

(NumberP obj) : retourne T ssi obj est un nombre, Nil autrement.

(SymbolP Obj) : retourne T ssi obj est un symbole, Nil autrement.

(Consp Obj) : retourne T ssi Obj est une liste non vide, Nil autrement.

(Null Obj) : retourne T ssi Obj est une liste vide, Nil autrement.

(Eq Symb1 Symb2) : teste l'égalité de 2 atomes.

(Equal Obj1 Obj2) : teste l'égalité de 2 objets.

Programmation fonctionnelle / LISP

**Définition de nouvelles
fonctions :**

**(DE Nomdefonction (Var1
Var2 ..Varn) Liste1 Liste2 ... Listen)**

Retourne Nomdefonction comme
valeur.

On se limitera à

**(DE Nomdefonction (Var1
Var2 ..Varn) Liste)**

```
;Longueur d'une liste  
(DE Long(L)  
  ( IF(Null L) 0  
    (+ (Long ( Cdr L)) 1 )  
  )  
)
```

Programmation fonctionnelle / LISP

Fonctionnelle (Fonction de fonctions)

(DE f(x) (...))) : valeur fonctionnelle de f

Cas d'une fonction de fonction : (DE g(f) (...))

f a deux valeurs :

- une valeur fonctionnelle (celle de la fonction f(x))
- une valeur nominale (provenant de l'appel)

Utilisation de **Funcall** pour désigner la valeur nominale

(Funcall f Arg1 Arg2 ...Argn)

Programmation fonctionnelle / LISP

Fonctionnelle (Fonction de fonctions)

Construire une fonction H qui étant donnée une fonction f et une liste $X=(x_1 x_2 \dots x_n)$, retourne une liste $Y=(y_1 y_2 \dots y_n)$ tel que $y_i=f(x_i)$

```
(De H (f x)
(if (consp x)
    (cons (funcall f (car x))
          (H f (cdr x)))
)))
```

Exemple:

- Soit f et g : (de f(x) (+ 3 x)) (de g(x) (* 3 x))
- Avec Funcall (H 'g '(1 2 3)) renvoie (3 6 9)
- Sans Funcall (H 'g '(1 2 3)) renvoie (4 5 6).

Programmation fonctionnelle / LISP

Exemples

Somme des éléments d'une liste

```
(DE Som(L)
  (IF (Consp L)
    (+ (Car L) (Som (Cdr L))
    0
  )
)
```

Appartenance d'un élément à une liste.

```
(DE App (a L)
  (IF (Null L) 0
    (IF (eq a (Car L)) T
      (App a (Cdr L))
    )
  )
)
```

Programmation fonctionnelle / LISP

Autres exemple

Inverser une liste

```
(De Inverse(L)
  (Cons
    (Dernier L)
    (Inverse(Supprimer(Dernier L) L)
  )
)
```

C'est le dernier concaténé à l'inverse de la liste sans le dernier.

Dernier d'une liste

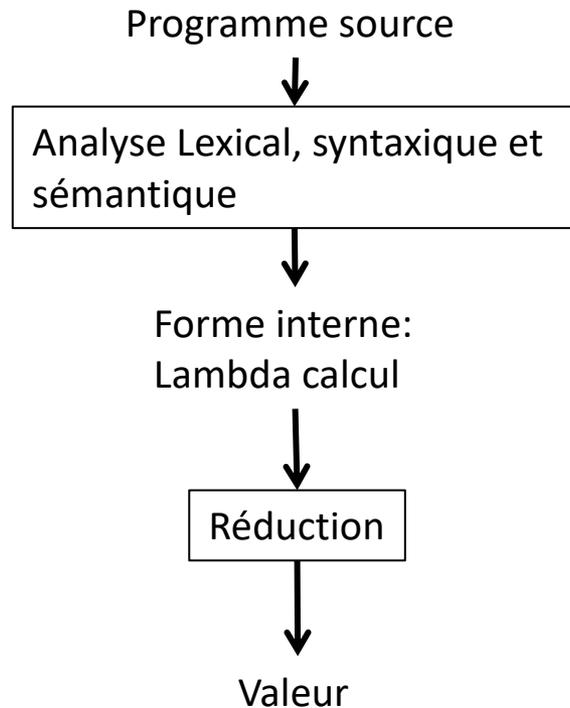
```
(De Dernier(L)
  (IF (Consp L)
    (IF (Null (Cdr L) )
      (Car L)
      (Dernier (Cdr L)) )) )
```

Supprimer un élément d'une liste

```
(DE Supprimer(a L)
  (IF (Consp L)
    (IF (Eq a (Car L))
      (Cdr L)
      (Cons( (Car L) (Supprimer(a (Cdr L))))
    )
  )
)
```

Programmation fonctionnelle / LISP

Interprétation des langages fonctionnels



Forme interne: imbrication de Listes chaînées

Les listes sont créées a chaque rencontre de parenthèses ouvrantes.

Programmation fonctionnelle / LISP

Traduction vers Lambda-calcul : CAR, CDR et CONS

Premier élément d'une liste

$CAR = (\lambda c.c(\lambda a.\lambda b.a))$

Liste sans le premier élément

$CDR = (\lambda c.c(\lambda a.\lambda b.b))$

Concaténation de deux listes

$CONS = (\lambda a.\lambda b.\lambda f.fab)$

Programmation fonctionnelle / LISP

Traduction vers Lambda-calcul :

Nombres

Codage des entiers naturels :

$$\underline{0} = \lambda f. \lambda x. x$$

$$\underline{1} = \lambda f. \lambda x. f x$$

$$\underline{2} = \lambda f. \lambda x. f (f x)$$

$$\underline{3} = \lambda f. \lambda x. f (f (f x))$$

...

$$\underline{n} = \lambda f. \lambda x. f (f (\dots (f x)))$$

Successesseur

$$S = \lambda n. \lambda f. \lambda x. f ((n f) x)$$

$$S(n) = (\lambda n f x. f (n f x)) \underline{n}$$

$$\rightarrow \lambda f x. f (\underline{n} f x)$$

$$= \lambda f x. f \underline{\lambda f. \lambda x. f (f (\dots (f x)))} (f x)$$

$$= \lambda f x. f \underline{f (f (\dots (f x)))}$$

$$= n+1$$

Addition

$$ADD = \lambda m n. \lambda f x. (m f) ((n f) x)$$

$$ADD = \lambda m n. (m S) n$$

Multiplication

$$MUL = \lambda m n. m (ADD n) 0$$

Programmation fonctionnelle / LISP

Traduction vers Lambda-calcul : Booléens

TRUE = $\lambda x.\lambda y.x$

FALSE = $\lambda x.\lambda y.y$

IF = $\lambda b.\lambda t.\lambda f.b\ t\ f$

(b : boolean, t et f termes)

AND = $\lambda b b'.\ \text{IF } b\ b'\ \text{FALSE}$

OR = $\lambda b b'.\ \text{IF } b\ \text{TRUE } b'$

NOT = $\lambda b.\text{IF } b\ \text{FALSE } \text{TRUE}$

Vérification pour le AND

AND = $\lambda b b'.\ \text{IF } b\ b'\ \text{FALSE}$

AND = $\lambda b b'.\ \underline{(\lambda b.\lambda t.\lambda f.b\ t\ f)}\ b\ b'\ \text{FALSE}$

AND = $\lambda b b'.\ \underline{(\lambda t.\lambda f.b\ t\ f)}\ b\ b'\ \text{FALSE}$

AND = $\lambda b b'.\ \underline{(\lambda f.b\ b'\ f)}\ \text{FALSE}$

AND = $\lambda b b'.\ b\ b'\ \text{FALSE}$

Programmation fonctionnelle / LISP

Evaluation Lambda-calcul : Récursivité

Soit f une fonction récursive

$$f = (\lambda n. (\dots f \dots))$$

avec

$$f = H f$$

$$Y = (\lambda h . (\lambda x. h (x x)) (\lambda x. h (x x)))$$

$$\text{avec } H = (\lambda g . (\lambda n. (\dots g \dots))) f$$

Evaluation des fonctions récursives:

$$f \text{ Arg} = (YH) \text{ Arg} = H (YH) \text{ Arg}$$