

# Programmation fonctionnelle

## LISP

D.E ZEGOUR  
École Supérieure d'Informatique  
ESI

# Programmation fonctionnelle / LISP (LIST Processor (1960))

## Sommaire

### A. Le langage LISP

- . Objets
- . Structure d'un programme
- . Généralités
- . Primitives de manipulation des listes
- . Primitives booléennes
- . Définition de nouvelles fonctions
- . Fonctionnelle (Fonction de fonctions)
- . Exemples

### B. Interpréteur Lisp

### C. Traduction Lisp -> Lambda Calcul

### D. Evaluation

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Structure d'un programme

### Grammaire

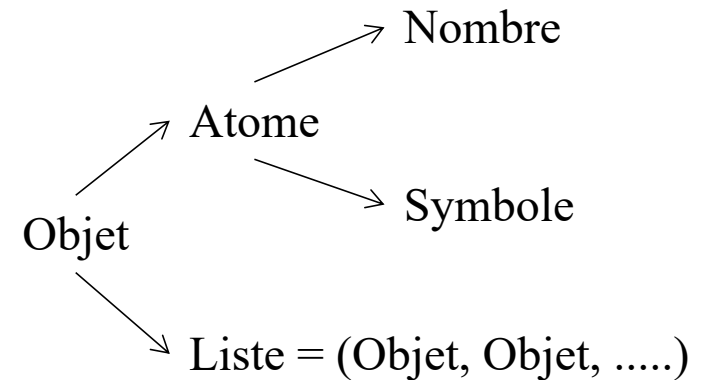
$\langle \text{Liste} \rangle \rightarrow \langle \text{atome} \rangle \mid ( \langle \text{Liste} \rangle , \langle \text{Liste} \rangle )$

$\langle \text{atome} \rangle \rightarrow \text{Nombre} \mid \text{Symbole}$

- Programme LISP = Liste (premier terme : fonction, les termes suivants : paramètres d'appel)

Exemple: ( ceci est une fonction ) ceci : fonction  
avec les paramètres est, une et fonction

- Tout est liste.



# Programmation fonctionnelle / LISP

## Généralités

- Lisp utilise la notation préfixée  
(Sin x) c'est  $\sin(x)$   
(+ 3 2 ) c'est  $3 + 2$ .
- Insensible à la casse
- Commentaires commencent par ';'
- Format : libre
- Offre l'affectation et séquentiabilité pour les raisons commerciales (langage fonctionnel non pur)

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Quelques fonctions utiles

Conditionnelle : ***(IF cond liste1 liste2 ..listen)***

Évalue suivant la valeur de Cond soit liste1 soit en "séquentielle" liste2, liste3, ..., listen.

Valeur retournée : dernière forme évaluée.

-->On se limite à l'utilisation de ***(If Cond liste1 liste2)***.

Valeurs de vérité :

T pour vrai

Nil et 0 pour faux

T et Nil sont des atomes spéciaux.

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Une fonction utile

***(Quote objet)*** c'est retourner l'objet sans évaluation

Exemple :

(Quote ( + 1 2 ) ) c'est équivalent à ( + 1 2 )

Autre écriture:

(' (+ 1 2 ) )

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Quelques fonctions utiles (Primitives de manipulation des listes )

**(Car Listenonvide)** : fournit la première composante de la liste.

Exemple :

( Car '(1 2 3) ) retourne 1

( Car '( (a b) 2 (3 c) ) ) retourne (a b)

**(Cdr Listenonvide)** : fournit listenonvide privée de son premier élément.

Exemples:

(Cdr '(1 2 3) ) retourne (2 3)

(Cdr '( (a b) 2 (3 c))) retourne (2 (3 c) )

(Cdr '(1) ) retourne 0

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Quelques fonctions utiles

**(Cons objet1 Liste)** : retourne une liste dont le premier terme est son premier argument (objet1) et les termes suivants sont ceux du second argument.

### Exemples :

(Cons'1 '(2 3 4)) retourne (1 2 3 4 )

(Cons '(1 2) '(3 4 5)) retourne ( (1 2) 3 4 5 )

### Propriétés :

(Car ( Cons x y ) ) = x

(Cdr ( Cons x y ) ) = y



# Programmation fonctionnelle / LISP

## Primitives booléennes

**(Atom objet)** : retourne T si objet est un atome, Nil autrement.

**(NumberP obj)** : retourne T ssi obj est un nombre, Nil autrement.

**(SymbolP Obj)** : retourne T ssi obj est un symbole, Nil autrement.

**(Consp Obj)** : retourne T ssi Obj est une liste non vide, Nil autrement.

**(Null Obj)** : retourne T ssi Obj est une liste vide, Nil autrement.

**(Eq Symb1 Symb2)** : teste l'égalité de 2 atomes.

**(Equal Obj1 Obj2)** : teste l'égalité de 2 objets.

# Programmation fonctionnelle / LISP

**Définition de nouvelles  
fonctions :**

**( DE Nomdefonction ( Var1  
Var2 ..Varn) Liste1 Liste2 ... Listen)**

Retourne Nomdefonction comme  
valeur.

On se limitera à

**( DE Nomdefonction ( Var1  
Var2 ..Varn) Liste )**

```
;Longueur d'une liste  
(DE Long(L)  
  ( IF(Null L) 0  
    (+ (Long ( Cdr L)) 1 )  
  )  
)
```

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Fonctionnelle (Fonction de fonctions)

(DE f(x) (...))) : valeur fonctionnelle de f

Cas d'une fonction de fonction : (DE g(f) (...))

f a deux valeurs :

- une valeur fonctionnelle (celle de la fonction f(x))
- une valeur nominale (provenant de l'appel)

Utilisation de **Funcall** pour désigner la valeur nominale

(Funcall f Arg1 Arg2 ...Argn)

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Fonctionnelle (Fonction de fonctions)

Construire une fonction H qui étant donnée une fonction f et une liste  $X=(x_1 x_2 \dots x_n)$ , retourne une liste  $Y=(y_1 y_2 \dots y_n)$  tel que  $y_i=f(x_i)$

```
(De H (f x)
(if (consp x)
    (cons (funcall f (car x))
          (H f (cdr x)))
)))
```

Exemple:

- Soit f et g : (de f(x) (+ 3 x) ) (de g(x) (\* 3 x) )
- Avec Funcall (H 'g '(1 2 3)) renvoie (3 6 9)
- Sans Funcall (H 'g '(1 2 3)) renvoie (4 5 6).

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Exemples

### Somme des éléments d'une liste

```
(DE Som(L)
  (IF (Consp L)
    (+ (Car L) (Som (Cdr L))
    0
  )
)
```

### Appartenance d'un élément à une liste.

```
(DE App (a L)
  (IF (Null L) 0
    (IF (eq a (Car L)) T
      (App a (Cdr L))
    )
  )
)
```

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Autres exemple

### Inverser une liste

```
(De Inverse(L)
  (Cons
    (Dernier L)
    (Inverse(Supprimer(Dernier L) L)
  )
)
```

C'est le dernier concaténé à l'inverse de la liste sans le dernier.

### Dernier d'une liste

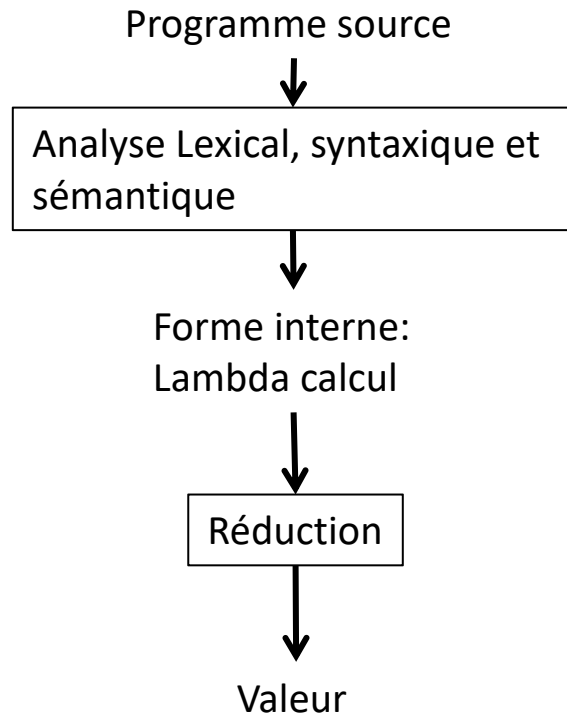
```
(De Dernier(L)
  (IF (Consp L)
    (IF (Null (Cdr L) )
      (Car L)
      (Dernier (Cdr L)) )) )
```

### Supprimer un élément d'une liste

```
(DE Supprimer(a L)
  (IF (Consp L)
    (IF (Eq a (Car L))
      (Cdr L)
      (Cons( (Car L) (Supprimer(a (Cdr L)))
    )
  )
)
```

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Interprétation des langages fonctionnels



Forme interne: imbrication de Listes chaînées

Les listes sont créées a chaque rencontre de parenthèses ouvrantes.

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Traduction vers Lambda-calcul : CAR, CDR et CONS

Premier élément d'une liste

$CAR = (\lambda c.c(\lambda a.\lambda b.a))$

Liste sans le premier élément

$CDR = (\lambda c.c(\lambda a.\lambda b.b))$

Concaténation de deux listes

$CONS = (\lambda a.\lambda b.\lambda f.fab)$



# Programmation fonctionnelle / LISP

## Traduction vers Lambda-calcul :

### Nombres

Codage des entiers naturels :

$$\underline{0} = \lambda f. \lambda x. x$$

$$\underline{1} = \lambda f. \lambda x. f x$$

$$\underline{2} = \lambda f. \lambda x. f (f x)$$

$$\underline{3} = \lambda f. \lambda x. f (f (f x))$$

...

$$\underline{n} = \lambda f. \lambda x. f (f (\dots (f x)))$$

### Successesseur

$$S = \lambda n. \lambda f. \lambda x. f ((n f) x)$$

$$S(n) = (\lambda n f x. f (n f x)) \underline{n}$$

$$\rightarrow \lambda f x. f (\underline{n} f x)$$

$$= \lambda f x. f \underline{\lambda f. \lambda x. f (f (\dots (f x)))} (f x)$$

$$= \lambda f x. f \underline{f (f (\dots (f x)))}$$

$$= n+1$$

### Addition

$$ADD = \lambda m n. \lambda f x. (m f) ((n f) x)$$

$$ADD = \lambda m n. (m S) n$$

### Multiplication

$$MUL = \lambda m n. m (ADD n) 0$$

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Traduction vers Lambda-calcul : Booléens

TRUE =  $\lambda x.\lambda y.x$

FALSE =  $\lambda x.\lambda y.y$

IF =  $\lambda b.\lambda t.\lambda f.b\ t\ f$

(b : boolean, t et f termes)

AND =  $\lambda b b'.\ \text{IF } b\ b'\ \text{FALSE}$

OR =  $\lambda b b'.\ \text{IF } b\ \text{TRUE } b'$

NOT =  $\lambda b.\text{IF } b\ \text{FALSE } \text{TRUE}$

Vérification pour le AND

AND =  $\lambda b b'.\ \text{IF } b\ b'\ \text{FALSE}$

AND =  $\lambda b b'.\ \underline{(\lambda b.\lambda t.\lambda f.b\ t\ f)}\ b\ b'\ \text{FALSE}$

AND =  $\lambda b b'.\ \underline{(\lambda t.\lambda f.b\ t\ f)}\ b\ b'\ \text{FALSE}$

AND =  $\lambda b b'.\ \underline{(\lambda f.b\ b'\ f)}\ \text{FALSE}$

AND =  $\lambda b b'.\ b\ b'\ \text{FALSE}$

# Programmation fonctionnelle / LISP

## Evaluation Lambda-calcul : Récursivité

Soit  $f$  une fonction récursive

$$f = (\lambda n. ( \dots f \dots ))$$

avec

$$f = H f$$

$$Y = (\lambda h . (\lambda x. h ( x x)) (\lambda x. h ( x x)) )$$

$$\text{avec } H = (\lambda g . (\lambda n. ( \dots g \dots ))) f$$

Evaluation des fonctions récursives:

$$f \text{ Arg} = (YH) \text{ Arg} = H (YH) \text{ Arg}$$