

Examen TPRO 2023 - 2024 // Durée : 1H30 //
Documents non autorisés

Exercice 1. Soit l'équation de récurrence suivante:

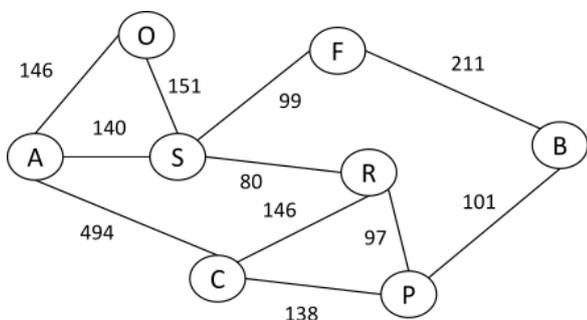
$$T(1) = a ; T(n) = T(n-1) + bn$$

a et b positifs.

La résoudre par :

- (1) Dilatation
- (2) Les équations homogènes/non homogènes
- (3) Devinette

Exercice 2. Soit la carte routière suivante dans laquelle les nœuds représentent des villes et les valeurs sur les arcs désignent les distances kilométriques entre les villes.



Déterminer les chemins empruntés de A vers B par les méthodes BFS (Best First Search) et BB (Branch and Bound). Fournir les arbres de recherche indiquant l'ordre des nœuds visités.

Nous considérons comme heuristique les distances directes (vol d'oiseau) des nœuds vers le nœud B qui sont - entre parenthèses - comme suit: O(180), S(253), R(193), P(200), F(176), C(160), A(366).

Exercice 3. Transformer la formule SAT qui suit en une formule 3-SAT équivalente (Le symbole ' désigne la négation)

$$F = x_1 (x_1 + x_2') (x_1' + x_2 + x_3 + x_4' + x_5)$$

Exercice 4

Soient les problèmes CLIQUE et Vertex Cover (VC) définis comme suit:

Instance: Étant donné un graphe non orienté $G(V,E)$. V est l'ensemble des nœuds et E est l'ensemble des arêtes.

CLIQUE : Est-ce que G contient un sous ensemble W de V de longueur k tel que 2 sommets quelconques de W sont joints par une arête ?

VC: Est-ce que G contient un sous ensemble W de V ayant une taille minimale tel que pour chaque arête (u,v) dans E, au moins une extrémité (u ou v) appartient à W ?

Montrer que :

- CLIQUE est dans NP-Complet
- VC n'est pas dans NP
- VC est NP-difficile

Sachant que $SAT \leq_P CLIQUE \leq_P VC$

Exercice 5. Transformez le B-algorithme qui suit vers le D-algorithme correspondant par les méthodes dites par Organigramme et par Automate (a, b et c sont des actions et t1, t2 et t3 des tests)

- 1 : a
- 3 : Si t1 Allera 2
b
Allera 1
- 2 : Si t2 Allera 3
c
Si t3 Allera 4
Allera 3
- 4 : Stop

Exercice 6. Soit le programme Prolog suivant:

```
Cat([ ], L, L).
Cat([X|L1], L2, [X|L3]):-Cat(L1, L2, L3)
```

Donner le fonctionnement de PROLOG pour les questions suivantes:

- Cat ([a, b], [c, x], [a, b, c, d])
- Cat (L1, [c, d], [a, b, c, d])