

Examen TPRO - 2021-2022 // Doc. Non autorisé // Barème : 1(2pts +2pts) ; 2(1pt +3pt) ; 3(3pts +2pts) ; 4(5pts) ; 5(2pts)

Exercice 1 : Min-Max

Donner l'algorithme correspondant à la technique Min-Max n'excédant pas une profondeur P donnée. L'étoffer pour intégrer l'amélioration Alpha-Béta.

Exercice 2 : Classification des problèmes

a) Démontrer le théorème suivant:

Si B est NP-complet et si $B \leq_P A$, alors A est NP-difficile

b) Soit les deux problèmes de décision suivants:

P1 : Est-ce qu'un graphe G non orienté contient un cycle Hamiltonien?

P2 : Existe-il un cycle un Hamiltonien de longueur au plus égal à K dans un graphe non orienté complet ?

Rappel :

- Un graphe non orienté a un cycle Hamiltonien s'il existe un cycle dans le graphe qui visite chaque nœud du graphe exactement une fois.

- Un graphe complet est tel que quelque soit le couple de sommets (x, y), l'arête de x à y existe.

Utiliser le théorème ci-dessus pour montrer que P2 est NP-difficile sachant que P1 est NP-complet.

Exercice 3 : Transformation de programmes

Soit la procédure récursive

Post(n) : si $n \diamond \text{nil}$ Post(fg(n)); Post(fd(n)); Visiter(n) Fsi

Transformer sémantiquement Post(n) en un B-algorithme, puis transformer ce dernier syntaxiquement en utilisant le principe de Bohm & Jaccopini.

Exercice 4 : Preuve de programmes

Soit le programme C suivant :

```
Int pow(int x, int e) {
  Int r=1, b=x, y=e;
  While ( y>0) {
    If (y % 2 == 1) r = r*b;
    y=y/2;
    b=b*b
  } Return r; }
```

Définir sa précondition et sa postcondition. Quelle est sa complexité ? Dresser l'arbre de preuve. Proposer un invariant et le justifier. Établir la preuve

Exercice 5 : Lambda-calcul

Evaluer Twice ($\lambda n . (+ n 1)$) 1 sachant que Twice est définie par ($\lambda f . \lambda x . (f (f x))$).