Examen TPGO 2019-2020
Barème : 8 + 6 + 12 + 6 + 8

Exercice 1

Dans la réduction polynomiale

SAT $\leq_P$ 3-SAT

il est question de transformer une formule booléenne

$F = C_1 \wedge C_2 \wedge C_3 \ldots C_m$ où chaque C_i est de la forme $C_i = x_1 \vee x_2 \vee \ldots \vee x_k$

en une autre formule booléenne

$F' = C'_1 \wedge C'_2 \wedge C'_3 \ldots C'_n$ où chaque C'_i est de la forme $C'_i = x_1 \vee x_2 \vee x_3$ (exactement 3 littéraux).

Comment faire une telle transformation et montrer la satisfiabilité.

$\wedge$ désigne le "et logique" et V désigne le "ou logique".

Exercice 2

A) Rappeler la définition d'un λ-terme dans le système formel λ-calcul.

B) Soit $A = \lambda\, x\, y\, .\, y\, (\, x\, x\, y\,)$, et $B = A\, A$

Montrer que pour tout λ-terme M, on a :

$B\, M \rightarrow M\, (\, B\, M\,)$

[$\rightarrow$ désigne la réduction]

C) Que peut-on déduire ?

Exercice 3

Soit un graphe non orienté G = (S,A) avec S l'ensemble des sommets et A l'ensemble des arêtes. Une couverture de sommets est un sous ensemble V de S tel que si $(u,v) \in A$, alors ou bien $u \in V$ ou $v \in V$ (ou inclusif)

Le problème consiste à trouver une couverture de sommets de taille minimale.

A) Donner un pseudo-algorithme polynomial qui vérifie si un sous ensemble V de S est une couverture de sommets de taille K. Donner sa complexité.

B) Donner un pseudo-algorithme exact, à l'aide d'un parcours en largeur, pour le problème donné. Énumérer tous les cas possibles.

C) Donner un pseudo algorithme approximatif, à l'aide d'un parcours Best First Search, pour le problème donné. A chaque étape, on prendra le nœud avec le plus grand degré.

D) En déduire la classe de ce problème.

E) Proposer une solution gloutonne pour le problème donné et donner sa complexité.

Exercice 4

Donner l'algorithme itératif de la factorielle d'un nombre N ($N \geq 0$) et le prouver dans le système formel de Hoare.

Rappel : La règle de la boucle stipule que pour montrer *E {Tq B: C Ftq} E et Non B*, il suffit de montrer *E et B {C} E*, avec E un invariant de boucle.

Exercice 5

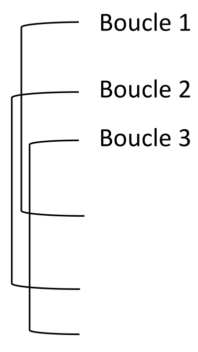
Soient:

- A={a, b, c, ...} + {Stop} un ensemble d'actions,
- Et = { et1, et2, et3, ...} un ensemble d'étiquettes,
- T ={t1, t2, t3, ...] un ensemble de tests (variables logiques).

Considérer le langage B défini par l'équation à point fixe suivante (**U** désigne l'union):

B= A **U** B;B **U** Et : B **U** Goto Et **U** If T Goto Et

A) Proposer un point fixe, exprimé avec un nombre minimal d'actions et de tests, qui renferme 3 boucles chevauchantes selon le schéma suivant:



B) Dresser l'organigramme associé.

C) Éliminer les chevauchements de boucles par la méthode de Bohm & Jaccopini

D) En déduire le schéma correspondant