Examen Semestriel TPGO (2CS) – ESI 20182019

Durée 2h – Doc. Interdit – Justifiez toutes vos réponses – Barème : (3+2)*4

Exercice 1 :
Soit le problème d'optimisation suivant :
« Minimiser le nombre de pièces de monnaie pour totaliser une certaine somme d'argent M »
Ce problème peut être formulé comme suit :
Etant donné des pièces de monnaie ayant des valeurs dans {v_1, v_2, …. v_n}.
Il s'agit de trouver des entiers naturels x_i minimisant $\sum_{i=1}^{n} xi$. et tels que $\sum_{i=1}^{n} xi\, vi = M$ avec M un nombre entier naturel donné.
- Dans le but de résoudre ce problème par la programmation dynamique, il est demandé de trouver une décomposition récursive permettant de calculer le terme C(k , S) représentant le nombre minimal de pièces pour totaliser exactement le montant S en utilisant seulement des pièces de valeurs v_1, v_2,...,v_k.
- Quel est le problème de l'approche récursive pour le calcul de C(k , S) ?

Exercice 2 :
Soit P le programme suivant :

```
i ← 0 ;  R ← 0 ;
TQ  ( (2*i+1) ≤ n )
        R ← R + 4*i + 1;
        i ← i+1
FTQ
```

- Donnez l'arbre de preuve complet (en mettant en évidence les règles d'inférence utilisées) généré pour la démonstration d'un énoncé de la forme E { P } S dans le système formel de HOARE.
- Trouver un bon invariant de boucle pour P en considérant les prédicats d'entrée et de sortie suivants : E : (n ≥ 0 && impair(n)) et S : (R = n(n + 1)/2)

Exercice 3 :
- Donnez un programme Prolog (purement logique) permettant de répartir dans R, les éléments d'une liste L de nombres entiers en fonction d'une valeur pivot P : arranger(L , P , R)
Ce prédicat sera évalué à vrai, si la liste R contient les mêmes éléments que la liste L, réarrangés de sorte à ce que tous les éléments de L plus petits ou égaux à P se trouvent dans la partie gauche de R et tous les éléments de L plus grands que P se trouvent dans la partie droite de R.
- Quelle est l'utilité des clauses de Horn en programmation logique ?

Exercice 4 :
- En utilisant le théorème du point fixe, trouver la fonction calculée exactement par le programme récursif suivant :
P = λx.λy. SI (< x y) 1 (* y (P (- x y) y))
- Peut-on donnez un seul programme récursif et purement fonctionnel permettant de calculer partiellement n'importe quelle fonction de $\mathscr{F}$(E,F) (l'espace de toutes les fonctions de E dans F) ?