

**Examen Semestriel – Théorie de la Programmation (TPGO) – 2CS – ESI 2016/2017**  
**Durée 2h – Doc. Interdits – Barèmes ( 5x4 ) – Justifiez toutes vos réponses**

1- Questions de cours

- a) Quel type de parcours (en profondeur ou en largeur) est effectué par 'Branch and Bound' ?
- b) Pourquoi a-t-on besoin, généralement, d'une fonction d'estimation d'une configuration dans la procédure MinMax avec ou sans élagage alpha-bêta ?
- c) Si on représente un programme récursif (fonctionnel) par une équation à point fixe, expliquez comment on pourrait trouver la fonction exactement calculée par le programme ?
- d) Quel est le rôle procédural des opérations d'unification utilisées dans le processus de preuve, lors de l'exécution d'un programme logique ?
- e) Qu'est-ce qui caractérise la programmation purement fonctionnelle ?

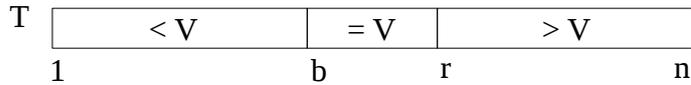
2- Soit  $F(x,n,r)$  une procédure récursive et soit  $P$  son corps :

```
F( x, n : entier ; var r:entier )      // x et n des entrées et r une sortie
  SI ( n = 0 )  r ← 1
  SINON
    F( x , n div 2 , r ) ;
    r ← r * r ;
    SI ( (n mod 2) = 1 )
      r ← x * r
  FSI
FSI
```

- a) Donnez la complexité de cet algorithme
- b) Montrez à l'aide du système formel de Hoare, que :  $(n \geq 0) \{P\} (r = x^n)$

3- Soit Q l'algorithme de tri partiel de type « Drapeau Hollandais » :

A partir d'une valeur donnée V (par exemple la 1ere valeur d'un tableau), l'algorithme réarrange, en une seule passe, le contenu du tableau de sorte à ce que toutes les valeurs inférieures à V soient placée en début du tableau et toutes les valeurs supérieures à V en fin de tableau. Les occurrences de la valeur V sont donc placées au milieu du tableau.



```

Q :   b ← 1 ; w ← 2 ; r ← n+1 ; V ← T[1] ;
      TQ ( r ≠ w )
          SI ( T[w] = V )   w ← w+1
          SINON SI ( T[w] < V )
              x ← T[w] ; T[w] ← T[b] ; T[b] ← x ;
              b ← b+1 ; w ← w+1
          SINON
              x ← T[w] ; T[w] ← T[r-1] ; T[r-1] ← x ;
              r ← r-1
          FSI
      FSI
  FTQ
  
```

- Proposer un candidat pour un bon invariant de la boucle TQ, sachant que les prédicats d'entrée et de sortie sont comme suit :

E : (  $n \geq 1$  et  $V = T[1]$  )

S : (  $b \in [1, n]$  et  $r \in [b+1, n+1]$  et  $(\forall j \ 1 \leq j < b \Rightarrow T[j] < V)$  et  $(\forall j \ b \leq j < r \Rightarrow T[j] = V)$  et  $(\forall j \ r \leq j \leq n \Rightarrow T[j] > V)$  )

4- On peut représenter les entiers en  $\lambda$ -calcul par des expressions de la forme :

```

0 :  $\lambda f. \lambda x. x$ 
1 :  $\lambda f. \lambda x. (f \ x)$ 
2 :  $\lambda f. \lambda x. (f (f \ x))$ 
...
n :  $\lambda f. \lambda x. (f^n \ x)$ 
  
```

- Que représente alors l'expression suivante :  $\lambda n. (n (\lambda x. False) True)$

**Rappel : Système Formel de Hoare**

**AFF** :  $t(\text{exp}) \{ x \neg \text{exp} \} t(x)$

**IMP1**:  $( E \Rightarrow F , F \{ P \} S ) \vdash E \{ P \} S$

**CND1**:  $( E \& B \{ P \} S , E \& \neg B \Rightarrow S ) \vdash E \{ SI \ B : P \ FSI \} S$

**CND2**:  $( E \& B \{ P \} S , E \& \neg B \{ Q \} S ) \vdash E \{ SI \ B : P \ SINON \ Q \ FSI \} S$

**APP** :  $E(x) \{ P \} S(x,y) \vdash E(\text{exp}) \{ \text{appel}(\text{exp}, z) \} S(\text{exp}, z)$

**ITE**:  $E \& B \{ P \} E \vdash E \{ TQ \ B : P \ FTQ \} E \& \neg B$

**IMP2**:  $( E \{ P \} F , F \Rightarrow S ) \vdash E \{ P \} S$

**SEQ**:  $( E \{ P \} F , F \{ Q \} S ) \vdash E \{ P ; Q \} S$