Examen Semestriel – Théorie de la Programmation (TPGO) – 2CS – ESI 2016/2017

Durée 2h – Doc. Interdits – Barèmes (5x4) – Justifiez toutes vos réponses

1- Questions de cours

a) Quel type de parcours (en profondeur ou en largeur) est effectué par 'Branch and Bound' ?

b) Pourquoi a t-on besoin, généralement, d'une fonction d'estimation d'une configuration dans la procédure MinMax avec ou sans élagage alpha-bêta ?

c) Si on représente un programme récursif (fonctionnel) par une équation à point fixe, expliquez comment on pourrait trouver la fonction exactement calculée par le programme ?

d) Quel est le rôle procédural des opérations d'unification utilisées dans le processus de preuve, lors de l'exécution d'un programme logique ?

e) Qu'est-ce qui caractérise la programmation purement fonctionnelle ?

2- Soit F(x,n,r) une procédure récursive et soit P son corps :

```
F( x, n : entier ; var r:entier )          // x et n des entrées et r une sortie
  SI ( n = 0 )    r ← 1
  SINON
        F( x , n div 2 , r ) ;
        r ← r * r ;
        SI ( (n mod 2) = 1 )
                r ← x * r
        FSI
  FSI
```

a) Donnez la complexité de cet algorithme

b) Montrez à l'aide du système formel de Hoare, que : $(n \geq 0)$ {P} $(r = x^n)$

3- Soit Q l'algorithme de tri partiel de type « Drapeau Hollandais » :
A partir d'une valeur donnée V (par exemple la 1ere valeur d'un tableau), l'algorithme réarrange, en une seule passe, le contenu du tableau de sorte à ce que toutes les valeurs inférieures à V soient placée en début du tableau et toutes les valeurs supérieures à V en fin de tableau. Les occurrences de la valeur V sont donc placées au milieu du tableau.

T			
	$< V$	$= V$	$> V$
	1	b	r ... n

```
Q :     b ← 1 ;  w ← 2 ;  r ← n+1 ;  V ← T[1] ;
        TQ  ( r ≠ w )
                SI ( T[w] = V )    w ←w+1
                SINON   SI  ( T[w] < V )
                                x ← T[w] ;  T[w] ← T[b] ; T[b] ← x ;
                                b ← b+1 ;  w ← w+1
                        SINON
                                x ← T[w] ; T[w] ← T[r-1] ; T[r-1] ← x ;
                                r ← r-1
                        FSI
                FSI
        FTQ
```

- Proposer un candidat pour un bon invariant de la boucle TQ, sachant que les prédicats d'entrée et de sortie sont comme suit :

E : ($n \geq 1$ et $V = T[1]$)

S : ($b \in [1,n]$ **et** $r \in [b+1, n+1]$ **et** ($\forall j\ 1\leq j<b \Rightarrow T[j]<V$) **et** ($\forall j\ b\leq j<r \Rightarrow T[j]=V$) **et** ($\forall j\ r\leq j\leq n \Rightarrow T[j]>V$))

4- On peut représenter les entiers en λ-calcul par des expressions de la forme :

- 0 : $\lambda f.\lambda x.x$
- 1 : $\lambda f.\lambda x.(f\ x)$
- 2 : $\lambda f.\lambda x.(f(f\ x))$
- … …
- n : $\lambda f.\lambda x.(f^n\ x)$

- Que représente alors l'expression suivante : $\lambda n.(n\ (\lambda x.False)\ True)$

Rappel : Système Formel de Hoare

AFF : t(exp) {x ¬ exp} t(x)

IMP1: (E⇒F , F{P}S) |-- E{P}S

CND1: (E&B{P}S , E&¬B⇒S) |-- E {SI B: P FSI} S

CND2: (E&B{P}S , E&¬B{Q}S) |-- E { SI B : P SINON Q FSI } S

APP : E(x) { P } S(x,y) |-- E(exp){ appel(exp,z) } S(exp,z)

ITE: E&B{P}E |-- E {TQ B : P FTQ} E&¬B

IMP2: (E{P}F , F⇒S) |-- E{P}S

SEQ: (E{P}F , F{Q}S) |-- E{P;Q}S