

# Examen Semestriel – Théorie de la Programmation (TPGO) – 2CS – ESI 2015/2016

Durée 2h – Doc. Interdits – Barèmes (4x5) – Justifiez toutes vos réponses

## 1- Questions de cours

- Peut-on avoir un problème de décision classé en même temps dans P et dans NP ?
- Comment peut-on étudier théoriquement la difficulté d'un problème général (c-a-d qui n'est pas forcément un problème de décision) ?
- En  $\lambda$ -calcul, peut-on avoir des réductions infinies si on adopte uniquement l'ordre normal ?
- Dans la résolution descendante (celle utilisée dans Prolog), la partie hypothèse du programme logique n'est formée que par des clauses à un seul littéral positif. Quel est l'intérêt de cette contrainte ?

2- En utilisant le théorème de Bohm et Jacopini, donnez un programme structuré (D-algorithme), fonctionnellement équivalent au programme ci-dessous :

```
et1 : SI p Aller à et3 ;
      a ;
et2 : SI q Aller à et1 ;
et3 : b ;
      SI r Aller à et1 ;
      c ;
      SI s Aller à et2 ;
      d ;
      SI t Aller à et2 ;
      stop
```

3- Soit  $F(n,r)$  une procédure récursive et soit P son corps :

```
F( n : entier ; var r:entier ) // n une entrée et r une sortie
SI ( n = 0 OU n = 1 ) r ← 1
SINON SI ( pair(n) ) F( n/2 , r ) SINON F( 3*n+1, r ) FSI
FSI
```

Montrez à l'aide du système formel de Hoare, que :  $(n \geq 0 \text{ ET pair}(n)) \{P\} (r = 1)$

4- Un ensemble E peut être représenté en Prolog par une liste de ses éléments (l'ordre des éléments dans la liste n'a pas d'importance).

- Définir un prédicat SousEns( E1, E2), évalué à vrai si E1 est un sous-ensemble de E2.
- Comment générer l'ensemble des parties d'un ensemble donné E ?

5- En utilisant la théorème du point fixe, établir la fonction exactement calculée par le programme fonctionnel suivant :

```
f =  $\lambda n$ . SI ( n = 0 ) Alors 0 Sinon SI ( pair(n) ) ( f(n-2)*(n-1) + 2*n-1 ) / (n+1) FSI FSI
```

---

### Rappel : Système Formel de Hoare

**AFF** :  $t(\text{exp}) \{x \neg \text{exp}\} t(x)$

**IMP1** :  $(E \Rightarrow F, F\{P\}S) \vdash E\{P\}S$

**CND1** :  $(E \& B\{P\}S, E \& \neg B \Rightarrow S) \vdash E \{SI B: P FSI\} S$

**CND2** :  $(E \& B\{P\}S, E \& \neg B\{Q\}S) \vdash E \{SI B: P SINON Q FSI\} S$

**APP** :  $E(x) \{P\} S(x,y) \vdash E(\text{exp})\{ \text{appel}(\text{exp},z) \} S(\text{exp},z)$

**ITE** :  $E \& B\{P\}E \vdash E \{TQ B: P FTQ\} E \& \neg B$

**IMP2** :  $(E\{P\}F, F \Rightarrow S) \vdash E\{P\}S$

**SEQ** :  $(E\{P\}F, F\{Q\}S) \vdash E\{P;Q\}S$