

Examen Semestriel – Théorie de la Programmation (TPGO) – 2CS – ESI 2014/2015

Durée 2h – Doc. Interdits – Barèmes (3+4+4+6+3) – Justifiez toutes vos réponses

1- Donnez l'arbre représentant l'espace de recherche exploré par A* pour le problème du taquin. L'état initial et l'état solution sont comme suit :

1 2 3		1 2 3
6 4	→	8 4
8 7 5		7 6 5

La fonction d'estimation représente le nombre de pièces mal-placées.

2- En utilisant le théorème de Bohm et Jacopini, donnez un programme structuré (D-algorithme), fonctionnellement équivalent au programme ci-dessous :

```
et1 : a ;
et2 : SI p Aller à et4 ;
      b ;
et3 : SI q Aller à et1 ;
      c ;
      Aller à et2 ;
et4 : SI r Aller à et3 ;
      stop
```

3- Soit T[1..n] un tableau de n entiers (variable global) et soit P le corps de la procédure récursive suivante :

```
min( i, j : entier ; var r:entier ) // i et j des entrées et r une sortie
SI ( i = j ) r ← T[i]
SINON
    min( i+1, j, r ) ;
    SI ( T[i] < r ) r ← T[i] FSI
FSI
```

Montrez à l'aide du système formel de Hoare, que cette procédure retourne dans r le plus petit élément du sous-tableau T[i .. j] (c-a-d le sous-tableau formé par les éléments entre les indices i et j, avec $i \leq j$). Définir préalablement les conditions d'entrée et de sortie (E et S).

4- Soit P le programme suivant :

```
a ← 1 ; b ← 1 ;
TQ ( (2*b - a) < x )
    a ← a+1 ; b ← b+a
FTQ
```

- Donnez l'arbre de preuve pour la démonstration de l'énoncé : $E \{ P \} S$, avec E et S des prédicats quelconques. Mettre en évidence l'invariant de boucle.
- Donnez toutes les implications de l'arbre de preuve qui restent à démontrer.
- Trouvez le bon invariant de boucle et complétez la preuve dans le cas où :
E vaut $(x \geq 1)$ et S vaut $((a-1)^2 < x \ \& \ a^2 \geq x)$

5- En utilisant la théorème du point fixe, établir la fonction exactement calculée par le programme fonctionnel suivant :

```
f = λn. SI (n > 100) Alors (n-10) Sinon f( f( n+11 ) ) FSI
```

Rappel : Système Formel de Hoare

AFF : $t(\text{exp}) \{ x \neg \text{exp} \} t(x)$

IMP1 : $(E \Rightarrow F, F \{ P \} S) \vdash E \{ P \} S$

CND1 : $(E \& B \{ P \} S, E \& \neg B \Rightarrow S) \vdash E \{ SI \ B : P \ FSI \} S$

CND2 : $(E \& B \{ P \} S, E \& \neg B \{ Q \} S) \vdash E \{ SI \ B : P \ SINON \ Q \ FSI \} S$

APP : $E(x) \{ P \} S(x,y) \vdash E(\text{exp}) \{ \text{appel}(\text{exp},z) \} S(\text{exp},z)$

ITE : $E \& B \{ P \} E \vdash E \{ TQ \ B : P \ FTQ \} E \& \neg B$

IMP2 : $(E \{ P \} F, F \Rightarrow S) \vdash E \{ P \} S$

SEQ : $(E \{ P \} F, F \{ Q \} S) \vdash E \{ P; Q \} S$