

Examen Semestriel – Théorie de la Programmation (TPGO) – 2CS – ESI 2013/2014

Durée 2h – Doc. Interdits – Justifiez toutes vos réponses

A) Complexité

1- Calculez la complexité de l'algorithme suivant :

```
i ← 1; j ← n;
TQ (i < j)
    i ← i+1; SI (i = j) j ← j div 2; i ← 1 FSI
FTQ
```

2- Que peut-on dire de l'intersection entre les classes P et NP-Complet ?

3- Peut-on définir la classe NP sans faire référence au non-déterminisme ?

B) Résolution de Problèmes

1- Qu'est-ce que le principe d'optimalité en programmation dynamique ?

2- Quelles sont les différences et les similitudes entre les méthodes de recherche 'Best First Search' et 'Branch & Bound' ?

3- Lors de l'évaluation MinMax d'une configuration J dans un jeu donné, obtient-on les mêmes valeurs avec ou sans élagage (coupe) α/β ?

C) Raisonnement formel sur les Programmes

1- Est-ce que les énoncés suivants sont des théorèmes dans le système formel de Hoare :

- $(z=1) \{ y \leftarrow 2; y \leftarrow z^2 - x + y; x \leftarrow x+y \} (x=4)$
- $(y > 0) \{ y \leftarrow y-1; z \leftarrow x+y \} (x < z)$
- $(x=3) \{ \text{SI} (x > y) z \leftarrow 2 \text{ SINON } x \leftarrow 1 \text{ FSI}; \text{SI} (y = x) z \leftarrow z-1 \text{ FSI}; x \leftarrow y+1 \} (x=z)$

2- Soit P le programme suivant :

```
SI (a > b) a ← a-b; b ← b+a; a ← b-a FSI;
i ← 1;
TQ ((i*b mod a) ≠ 0 ET i < a)
    i ← i+1
FTQ
```

- Donnez l'arbre de preuve pour la démonstration de l'énoncé : $(a>0 \ \& \ b>0) \{ P \} (\text{ppcm}(a,b) = i*b)$, en mettant en évidence toutes les implications qui restent à vérifier. ($\text{ppcm}(a,b)$ représente le plus petit multiple commun aux entiers a et b).
- Trouvez le bon invariant de boucle et montrez toutes les implications de l'arbre précédent pour compléter la preuve.

3- Démontrez que : $(n > 0) \{ Q \} (r = n/(n+1))$ est vrai, avec Q le corps de la procédure 'Somme' suivante :

```
Somme( n:entier ; var r:réel )
SI ( n = 1 ) r ← 1/2
SINON Somme( n-1, r ); r ← r + 1/(n*n + n)
FSI
```

Rappel : Système Formel de Hoare

AFF : $t(\text{exp}) \{ x \mapsto \text{exp} \} t(x)$

IMP1 : $(E \Rightarrow F, F\{P\}S) \vdash E\{P\}S$

CND1 : $(E \& B\{P\}S, E \& \neg B \Rightarrow S) \vdash E \{ \text{SI } B : P \text{ FSI} \} S$

CND2 : $(E \& B\{P\}S, E \& \neg B\{Q\}S) \vdash E \{ \text{SI } B : P \text{ SINON } Q \text{ FSI} \} S$

APP : $E(x) \{ P \} S(x,y) \vdash E(\text{exp}) \{ \text{appel}(\text{exp},z) \} S(\text{exp},z)$

ITE : $E \& B\{P\}E \vdash E \{ \text{TQ } B : P \text{ FTQ} \} E \& \neg B$

IMP2 : $(E\{P\}F, F \Rightarrow S) \vdash E\{P\}S$

SEQ : $(E\{P\}F, F\{Q\}S) \vdash E\{P;Q\}S$