

Les arbres

D.E ZEGOUR

Ecole Supérieure d'Informatique

ESI

Les arbres

$E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

Relations : $a R b, a R c, a R d, b R e, b R f, d R g$

Graphe = $\{ (x, y) \text{ dans } E^2 \mid x R y \}$

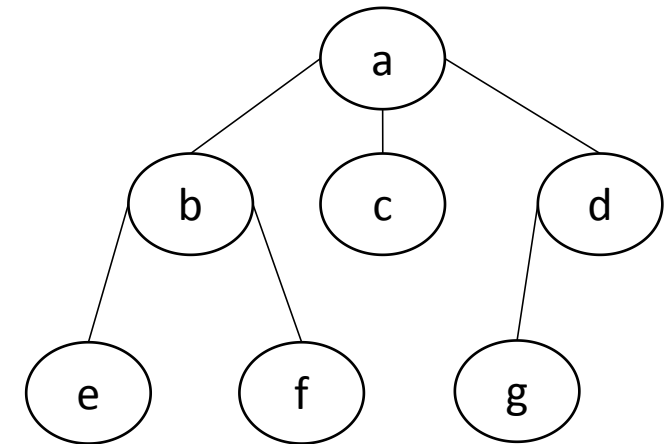
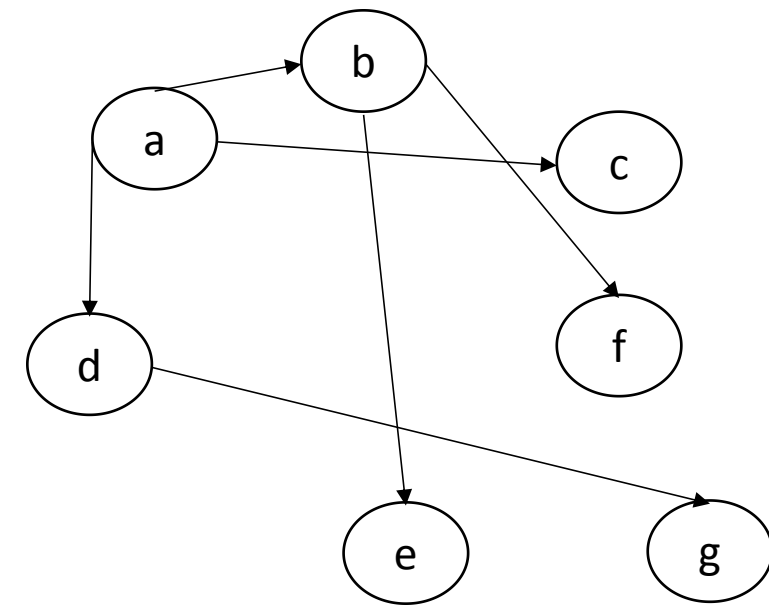
Définition

Structure de données hiérarchique,
généralement dynamique.

Une liste chaînée non linéaire de maillons (ou noeuds).

Mathématiquement, un arbre peut être défini par une
relation binaire particulière

Graphe orienté (connexe) où chaque noeud a au plus 1
prédécesseur et n successeurs ($n \geq 0$).



Les arbres

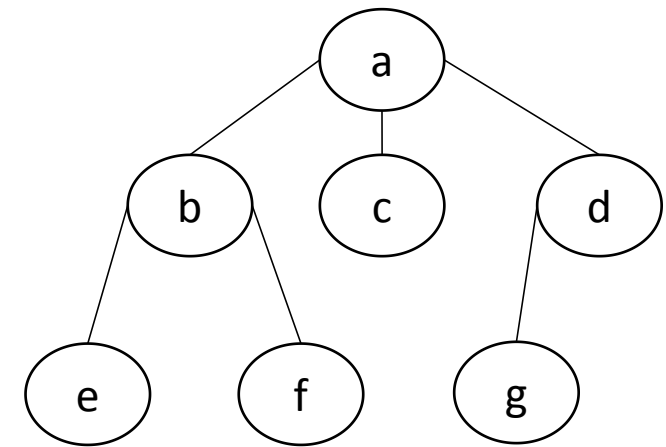
Définition

Arbre binaire : nombre de successeurs de tout noeud au plus égal à 2

Arbre ternaire : nombre de successeurs de tout noeud au plus égal à 3

Arbre quaternaire : nombre de successeurs de tout noeud au plus égal à 4

Arbre m-aire d'ordre n : nombre de successeurs de tout noeud au plus égal à n



Un arbre ternaire

Les arbres

Exemples

Arbre généalogique :
descendants d'une famille
donnée

Table des matières d'un livre donné :
Livre en tomes
Tome en chapitre
Chapitre en section
Section en paragraphes
Etc..

Les arbres

Terminologie

Les termes dérivent de l'arbre généalogique et de l'arbre naturel

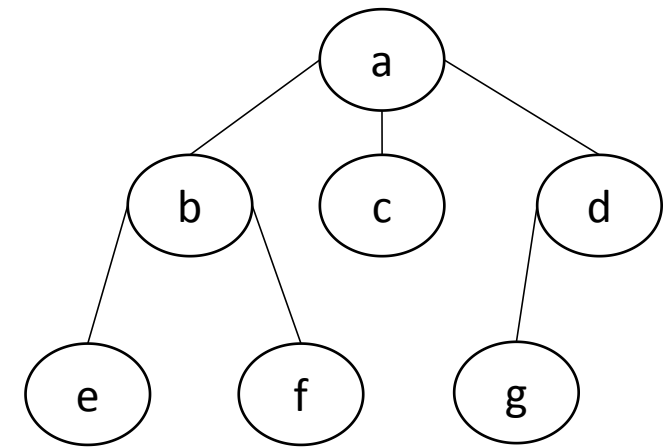
Racine, Feuille, Noeud interne, Noeud externe

Fils, Frere, Père, Grand_pere, Cousins, Etc.

Descendants, Ascendants, Sous-arbre, Chemin, Branche

Degré, Niveau, Profondeur

Forêt



Les arbres

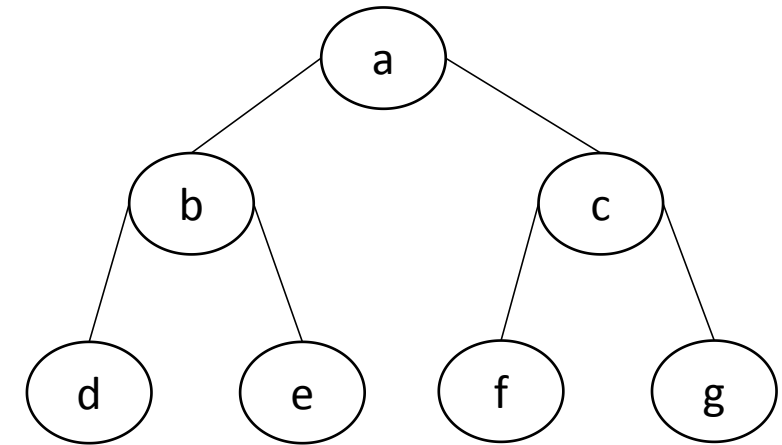
Arbres binaires : Terminologie / Définitions

Fils gauche, Fils droit

Sous-arbre gauche, sous-arbre droit

Arbre strictement binaire :
Tout noeud a exactement 0
ou 2 fils

Arbre binaire complet : arbre strictement binaire ET
toutes les feuilles au même niveau



Si un arbre strictement binaire a n feuilles, le nombre total de ses noeuds est $2n-1$.

Dans un arbre binaire complet de profondeur d , le nombre total de noeuds est $2^{d+1} - 1$

Les arbres

Machine abstraite sur les arbres binaires

Info(p) Accéder à l'information du noeud p
Fg(p) Accéder à l'information de fils gauche du noeud p
Fd(p) Accéder à l'information de fils droit du noeud p

Creernoed(x) Créer un noeud avec x comme information et retourne la référence du noeud.
Liberernoed(p) Libérer le noeud référencé par p.

Aff_info(p, v) Affecter la valeur v au champ information du noeud p
Aff_fg(p, q) Affecter l'adresse q au champ fils gauche du noeud p
Aff_fd(p, q) Affecter l'adresse q au champ fils droit du noeud p

Les arbres

Parcours des arbres binaires

Il existe plus d'une trentaine d'ordres de parcours.

Parcours les plus utilisés :

Préordre : $n \ T1 \ T2$

Inordre : $T1 \ n \ T2$

Postordre : $T1 \ T2 \ n$

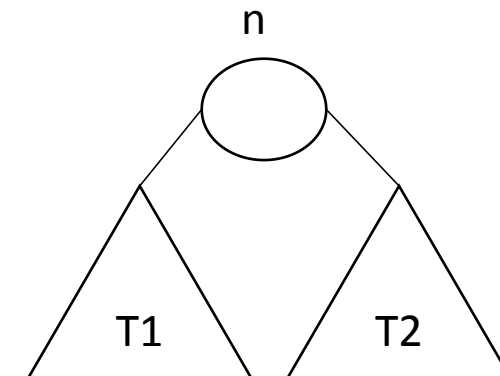
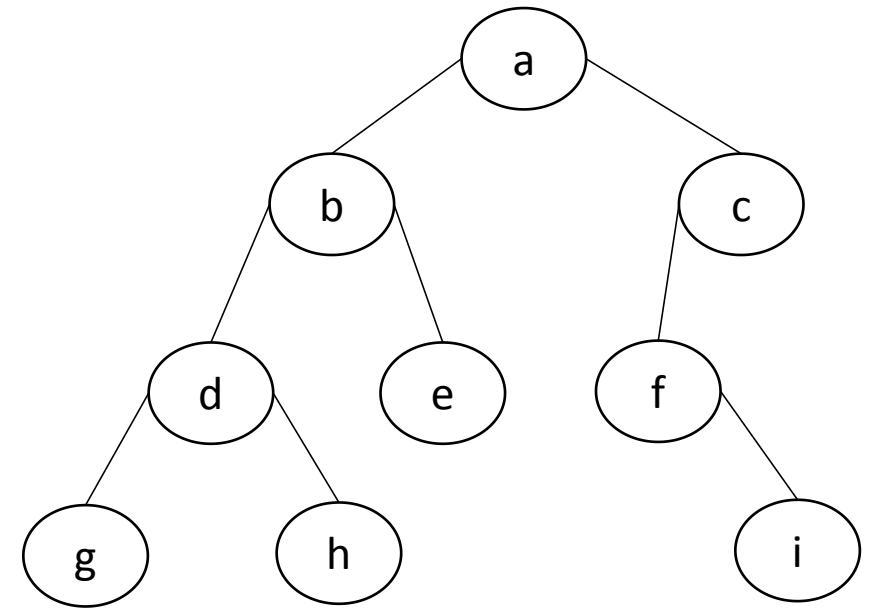
Préordre inverse : $n \ T2 \ T1$

Inordre inverse: $T2 \ n \ T1$

Postordre inverse: $T2 \ T1 \ n$

Parcours en largeur : niveau par niveau et de gauche à droite

Parcours en largeur : niveau par niveau et de droite à Gauche



Les arbres

Parcours des arbres binaires : exemples

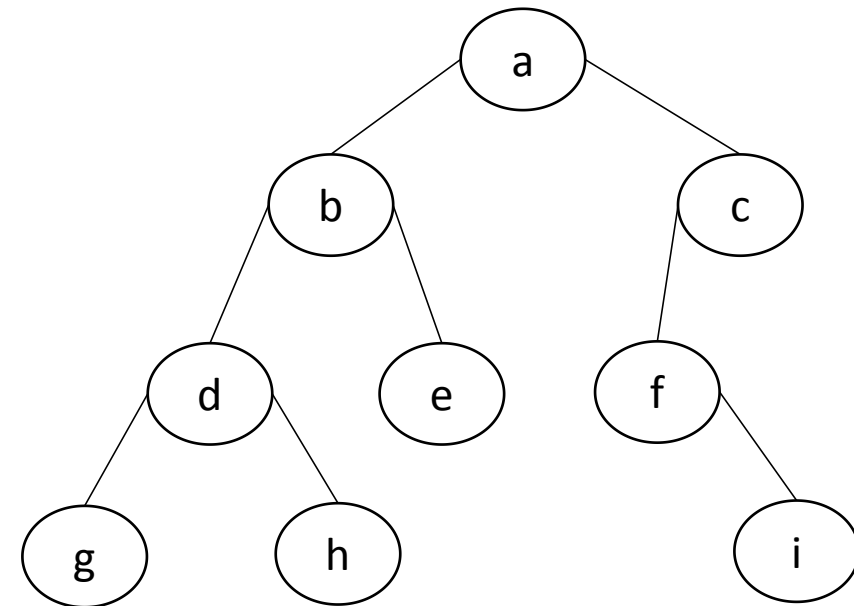
Préordre (nT1T2): a, b, d, g, h, e, c, f, i

Inordre (T1nT2) : g, d, h, b, e, a, f, i, c

Postordre (T1T2n) : g, h, d, e, b, i, f, c, a

Preordre inverse (nT2T1) : a, c, f, i, b, e, d, h, g

Parcours en largeur (gauche droite) : a, b, c, d, e, f, g, h, i



Les arbres

Parcours des arbres binaires : algorithmes

Préordre

Formule : $n \ T1 \ T2$

Préordre (n)

Si $n \neq \text{Nil}$

 Ecrire(Info(n))

 Préordre (Fg(n))

 Préordre (Fd(n))

Fsi

Préordre (n)

Possible d'ecrire un algorithme
itératif avec une pile

Parcours en largeur (gauche droite)

Creerfile(F)

Enfiler(F, r)

Tq non Filevide(F)

 Defiler(F, n)

 Ecrire(Info(n))

 Si Fg(n) $\neq \text{Nil}$ Enfiler(F, Fg(n)) Fsi

 Si Fd(n) $\neq \text{Nil}$ Enfiler(F, Fd(n)) Fsi

Ftq