**Algorithmique &Structures de données**

**Examen 1  // 2012 2013**

Corrigé

**{Algorithme de test**

**Equilibrage d’un arbre de recherche binaire**

**}**

**SOIT**

**A UN ARB ;**

**V UN VECTEUR ( 10 ) ;**

**Transf1 UNE ACTION ;**

**X UN ARB ;**

**Parcours UNE ACTION ;**

**Inserer UNE ACTION ;**

**Preordre UNE ACTION ;**

**Ind\_v UN ENTIER ;**

**DEBUT**

**CREER\_ARB ( A , [ 55 , 23 , 13 , 65 , 77 , 12 , 78 , 887 , 34 , 5 ] ) ;**

**Ind\_v := 0 ;**

**APPEL Transf1 ( A , V ) ;**

**ECRIRE ( V ) ;**

**X := NIL ;**

**APPEL Parcours ( 1 , 10 ) ;**

**APPEL Preordre ( X )**

**FIN**

**{Insère la valeur Val dans l’arbre X}**

**ACTION Inserer ( X , Val )**

**SOIT**

**X UN ARB ;**

**Val UN ENTIER ;**

**Trouv UN BOOLEEN ;**

**P , Q , R DES POINTEURS VERS UN ARB ;**

**DEBUT**

**SI X = NIL**

**CREERNOEUD ( X ) ;**

**AFF\_INFO ( X , Val )**

**SINON**

**P := X ;**

**Trouv := FAUX ;**

**TQ ( P <> NIL ) ET NON Trouv :**

**SI INFO ( P ) = Val**

**Trouv := VRAI**

**SINON**

**Q := P ;**

**SI Val < INFO ( P )**

**P := FG ( P )**

**SINON**

**P := FD ( P )**

**FSI**

**FSI**

**FTQ ;**

**SI NON Trouv**

**CREERNOEUD ( R ) ;**

**AFF\_INFO ( R , Val ) ;**

**SI Val < INFO ( Q )**

**AFF\_FG ( Q , R )**

**SINON**

**AFF\_FD ( Q , R )**

**FSI**

**FSI**

**FSI**

**FIN**

**{Parcours Préordre de l’arbre A}**

**ACTION Preordre ( A )**

**SOIT**

**A UN ARB ;**

**DEBUT**

**SI A <> NIL**

**ECRIRE ( INFO ( A ) ) ;**

**APPEL Preordre ( FG ( A ) ) ;**

**APPEL Preordre ( FD ( A ) )**

**FSI**

**FIN**

**{Parcours l’arbre A en Inordre (T1 n T2) avec une pile pour construire un vecteur V}**

**ACTION Transf1 ( A , V )**

**SOIT**

**A UN ARB ;**

**V UN VECTEUR ( 10 ) ;**

**P UN POINTEUR VERS UN ARB ;**

**Une\_pile UNE PILE DE ARB ;**

**Possible UN BOOLEEN ;**

**DEBUT**

**CREERPILE ( Une\_pile ) ;**

**P := A ;**

**Possible := VRAI ;**

**TQ Possible**

**TQ P <> NIL**

**EMPILER ( Une\_pile , P ) ;**

**P := FG ( P )**

**FTQ ;**

**SI NON PILEVIDE ( Une\_pile )**

**DEPILER ( Une\_pile , P ) ;**

**Ind\_v := Ind\_v + 1 ;**

**AFF\_ELEMENT ( V [ Ind\_v ] , INFO ( P ) ) ; // ou bien V [ Ind\_v ] := INFO(P)**

**P := FD ( P )**

**SINON**

**Possible := FAUX**

**FSI**

**FTQ**

**FIN**

**{Parcours dichotomique du vecteur V pour construire l’arbre de racine X}**

**ACTION Parcours ( Bi , Bs ) ;**

**SOIT**

**Bi , Bs , Mil DES ENTIERS ;**

**DEBUT**

**SI Bi <= Bs**

**Mil := ( Bi + Bs ) / 2 ;**

**APPEL Inserer ( X , ELEMENT ( V [ Mil ] ) ) ; // X et V globaux**

**APPEL Parcours ( Bi , Mil - 1 ) ;**

**APPEL Parcours ( Mil + 1 , Bs ) ;**

**FSI**

**FIN**

**5. Montrer que le nouvel arbre de recherche binaire ainsi construit est équilibré.**

**L’équilibrage est effectué en 2 étapes :**

**- On construit d’abord un tableau ordonné à partir des éléments de l’arbre car on a utilisé un parcours *inordre* de l’arbre.**

**- Le parcours dichotomique du tableau permet de récupérer les éléments dans l’ordre suivant pour N=10 : 5, 2, 1, 3, 4, 8, 6, 7, 9, 10**

**L’insertion des éléments du tableau dans un nouvel arbre selon l’ordre indiqué donne forcément un arbre équilibré.**

**Le 5ième élément est donc la racine de l’arbre. On insère ensuite le 2ième à gauche de la racine et le 1ier élément à gauche du 2ième. Le 3ième élément est inséré à droite du 2ième et le 4ième à droite du 3ième. Et ainsi de suite.**

**6. Imaginer un algorithme principal qui permet de tester la méthode d’équilibrage décrite.**

1. **Créer un arbre de recherche binaire en utilisant le module Insérer(A, v)**
2. **Faire un parcours *inordre*. Si tous les éléments sont affichés dans l’ordre, cela prouve que l’arbre est bien construit.**
3. **Appliquer la transformation Arbre 🡪 Tableau. Si le tableau contient tous les éléments de l’arbre et est trié, ceci est correct.**
4. **Appliquer la transformation Tableau 🡪 Arbre. L’insertion des éléments selon le parcours dichotomique du tableau devrait donner un arbre équilibré.**
5. **Une manière de vérifier que l’arbre est équilibré est d’afficher les éléments de l’arbre en préordre et de les ré insérer manuellement.**